Det perfekte blødkogte æg

Opgaveformulering:

Ifølge undersøgelser på *University of Exeter*[1] kan det vises, at den optimale kogetid for et blødkogt æg kan skrives som

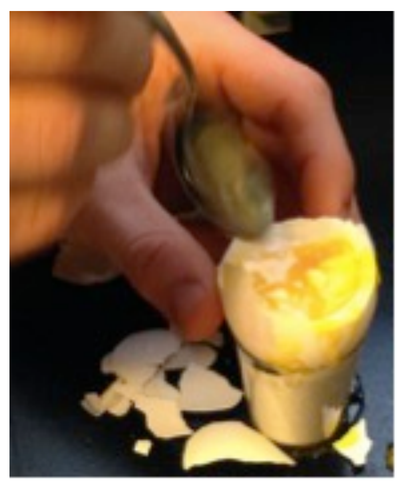
$$t_{\text{cooked}} = \frac{M^{2/3} c\rho^{1/3}}{K\pi^2(4\pi/3)^{2/3}} \log_e \left[0.76 \times \frac{(T_{\text{egg}} - T_{\text{water}})}{(T_{\text{yolk}} - T_{\text{water}})}\right]$$

Giv en kort redegørelse for den engelske artikels hovedpointer og undersøg herefter formlens anvendelighed. Afprøv tillige kogning baseret på gamle husråd, kogebøger e.l. og vurdér de to typer af metoder på baggrund af smagstest og visuelt indtryk.

Undersøg herefter afkølingen af et hårdkogt æg, idet du

1. På den eksperimentelle side måler kernetemperaturen som funktion af tiden.
2. På den teoretiske side viser, at der med udgangspunkt i differentialregning kan opstilles en matematisk model til løsning af problemet.
3. Beskriver teorien bag 1. ordens differentialligninger, og beviser de sætninger der fastlægger den fuldstændige løsning for den type af differentialligninger som du bringer i spil.

Løs den opstillede differentialligning og undersøg modellens brugbarhed i relation til de eksperimentelle data.



[1] http://newton.ex.ac.uk/teaching/cdhw/egg/

Besvarelse

af Signe Olsen, Sct. Knuds Gymnasium

Indholdsfortegnelse

Indledning

Hvordan koger man det perfekte blødkogte æg? Findes der en formel for det? Og kan man opstille en matematisk model for afkølingen af et materiale?
Jeg vil med denne opgave forsøge at besvare disse spørgsmål med udgangspunkt i en hypotese for en formel for det perfekt blødkogte æg fra artiklen "The Science of Boiling an Egg" skrevet af senior lektor Charles D. H. Williams på University of Exeter, som der redegøres for i efterfølgende afsnit. Herefter afprøves formlen eksperimentelt, og der sammenlignes med kogningen af et blødkogt æg efter et husråd. Begge metoder for kogningen vurderes både ved smagstest og ved det visuelle udtryk af de blødkogte æg. Efterfølgende undersøges afkølingen af et hårdkogt æg ved at måle kernetemperaturen som funktion af tiden. Ud fra disse data opstilles en matematisk model for afkølingen. Denne model understøttes ved at beskrive teorien bag 1. ordens differentialligninger. Til slut vurderes formlernes/modellernes anvendelse i praksis, og hvilken effekt yderligere formler for anden tilberedning af mad kan have på vores hverdag.
Forsøgene er udarbejdet i samarbejde med Dua Ahma, Sct. Knuds Gymnasium.

Redegørelse for den engelske artikels hovedpointer og formlen

I Charles Williams' artikel[2] forklares en formel for den perfekte kogning af æg til blødkogte æg, der er afhængig af vægten og den initiale temperatur. Williams forklarer, at formlen er udledt i forbindelse med et spørgsmål i New Scientist Magazines sektion "Last Word", der blev stillet af Chris Finn. Williams skriver desuden, at meget af informationen i hans artikel er fra sekundære kilder og velkendt, men at formlen for kogningen af et blødkogt æg er en nyudvikling.

Formlen for den perfekte kogning for et blødkogt æg i artiklen[3] ser således ud:

$$t_{cooked} = \frac{M^{\frac{2}{3}}\, c\rho^{\frac{1}{3}}}{K\pi^2 \left(\frac{4\pi}{3}\right)^{\frac{2}{3}}} \log_e \left[0{,}76 \cdot \frac{\left(T_{egg} - T_{water}\right)}{\left(T_{yolk} - T_{water}\right)}\right]$$

Hvor ρ er densiteten, c er den specifikke varmekapacitet, og K er varmeledningsevnen for æg. Imidlertid er denne formel meget simpel, og der er flere antagelser. Williams forklarer: "the egg will be treated as a spherical homogeneous object of mass M and initial temperature T_{egg}. (…) it will be ready when the temperature at the boundary of the yolk has risen to $T_{yolk} \sim 63°C$"[4].

Oversat til dansk, antages ægget at være et sfærisk, homogent objekt med massen M og den initiale temperatur T_{egg}. Ifølge formlen er ægget, når grænsen til æggeblommen har en temperatur på 63 °C.

En mere nøjagtig model for perfekt kogning af et blødkogt æg skal tage hensyn til og inkludere de forskellige termiske egenskaber for æggets tre faser: æggehviden, æggeblommen og æggeskallen. Den mere nøjagtige formel skal desuden behandle ægget som tre koncentriske ellipsoider, hvori der indgår "Dirichlet boundary-conditions" gældende for grænsefladen mellem vand og æggeskal, samt "Neuman boundary-conditions" gældende for grænsefladerne mellem henholdsvis skallen og hviden samt hviden og blommen. Ydermere skal ændringen i æggets termiske egenskaber, idet æggehviden gennemgår en koagulation ved kogningen, involveres/inkluderes i en nøjagtigere formel.

De følgende afsnit i artiklen[5] omhandler kogning af æg i forskellige lufthøjder, som f.eks. på et bjerg, og hvordan dette har en effekt på vandets kogepunkt og kogetiden, samt hvilken starttemperatur ægget har. Williams forklarer desuden hvilke egenskaber de tre faser i ægget besidder, blandt andet fasens procentvise vægt af æggets masse, ved hvilket temperaturinterval fasen koagulerer, og hvilke vitaminer og mineraler fasen indeholder. Til slut i artiklen henviser

---

[2] Charles D. H. Williams, The Science of Boiling an Egg, http://newton.ex.ac.uk/teaching/cdhw/egg/
[3] Charles D. H. Williams, The Science of Boiling an Egg, side 2, sektion …, http://newton.ex.ac.uk/teaching/cdhw/egg/
[4] Charles D. H. Williams, The Science of Boiling an Egg, side 2, sektion … , http://newton.ex.ac.uk/teaching/cdhw/egg/
[5] Charles D. H. Williams, The Science of Boiling an Egg, http://newton.ex.ac.uk/teaching/cdhw/egg/

Williams til hjemmeside Learn2.com[6], der blandt andet forklarer, hvordan man koger et æg, og med hvilke forskellige metoder dette kan gøres.

Forsøg med kogning af blødkogte æg

Dette eksperiment med kogning af blødkogte æg har det formål at undersøge formlen for kogning af blødkogte æg fra artiklen[7] ved smagstest og vurdering af det visuelle udtryk. Kogetiden for et æg med massen *M = 57,05 g* blev udregnet vha. formlen, og til sammenligning kogte vi et æg efter et husråd, der skulle give det perfekte blødkogte æg.

Som før nævnt beregnede vi kogetiden for ægget vha. formlen, og udregningen så således ud:

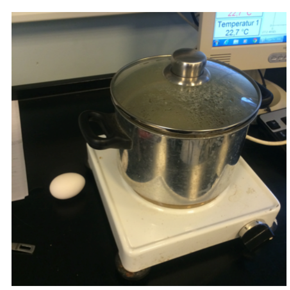
$$t_{cooked} = \frac{57{,}05^{\frac{2}{3}}\,\mathrm{g}\cdot 3{,}7\,\mathrm{Jg}^{-1}\cdot(1{,}08\,\mathrm{g}\cdot\mathrm{cm}^{-3})^{\frac{1}{3}}}{5{,}4\cdot 10^{-3}\,\mathrm{W}\cdot\mathrm{cm}^{-1}\cdot\mathrm{K}^{-1}\cdot\pi^2\cdot\left(\frac{4\pi}{3}\right)^{\frac{2}{3}}}\cdot\ln\left(0{,}76\cdot\frac{(20\,°\mathrm{C}-100\,°\mathrm{C})}{(63\,°\mathrm{C}-100\,°\mathrm{C})}\right.$$

$$= 195{,}079\,\mathrm{s}\ \approx\ 3{,}25\,\mathrm{min}$$

Det er antaget, at æggets starttemperatur var 20 °C, at vandet havde temperaturen 100 °C, samt at æggets kernetemperatur var 63 °C, da det var færdigkogt[8]. Kogetiden for det perfekt blødkogte æg med en masse og starttemperatur som vores er således 3 minutter og 15 sekunder.

Til kogning af et blødkogt æg efter et husråd anvendte vi en opskrift af Ernæringsterapeut Karen Nørby i hendes artikel "Sådan koger du det perfekte æg"[9]. I artiklen henviser Nørby til en "æggeberegner"[10] fremstillet på baggrund af en formel, der er udledt af "norske videnskabsfolk"[11]. "Æggeberegneren" er afhængig af æggets omkreds, æggeblommens sluttemperatur, æggets starttemperatur og vandets kogepunkt afhængigt af lufthøjden. Artiklen[12] har en overordnet oversigt over kogningstiden for æg, der er udregnet vha. "æggeberegneren" med generelle æggestørrelser såsom M/L, samt de tre typer for kogning af ægget.

Forsøgsopstilling



---

[6] Charles D. H. Williams, The Science of Boiling an Egg, side 5, http://newton.ex.ac.uk/teaching/cdhw/egg/

[7] Charles D. H. Williams, The Science of Boiling an Egg, http://newton.ex.ac.uk/teaching/cdhw/egg/

[8] Charles D. H. Williams, The Science of Boiling an Egg, side 2, http://newton.ex.ac.uk/teaching/cdhw/egg/

[9] Karen Nørby, Ernæringsterapeut, https://sundkost.wordpress.com/2010/06/18/sadan-koger-du-det-perfekte-æg/

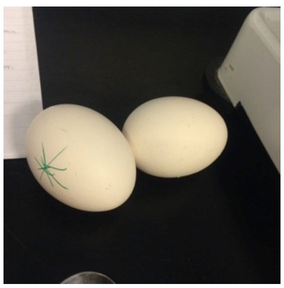
[10] http://www.mn.uio.no/kjemi/tjenester/kunnskap/egg/

[11] Karen Nørby, "Sådan koger du det perfekte æg", linje 3, http://www.mn.uio.no/kjemi/tjenester/kunnskap/egg/

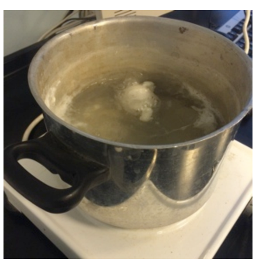
[12] Karen Nørby, Ernæringsterapeut, https://sundkost.wordpress.com/2010/06/18/sadan-koger-du-det-perfekte-æg/

I vores forsøg, er der taget udgangspunkt i kogetiden for æg med størrelsen M/L, der ifølge oversigten skal have ”4 minutter og 47 sekunder” og ”efter kogning skal æggene afkøles kort med koldt vand for at stoppe kogning”[13].

Efter beregningen af kogetiden for et blødkogt æg ud fra de to forskellige metoder, kogte vi de to æg af samme størrelse og med samme starttemperatur samtidig i en gryde med vand. Vandet dækkede dem helt og var forinden opvarmet til kogepunktet. Til at opvarme vandet og gryden brugte vi en kogeplade. Det ene æg, som vi kogte efter husrådet, mærkede vi med en grøn stjerne, som det ses af billedet:



De to æg blev sænket ned i det kogende vand, men revnede begge i deres æggeskaller. Dette skyldtes, at der under æggeskallen i æg sidder små luftlommer, der ved brat opvarmning udvides og knækker skallen på ægget. Noget af æggemassen flød ud i vandet, som det ses af billedet:



Der blev lagt låg på gryden, og æggene blev taget op af vandet efter hver deres kogetid. Ægget med den grønne stjerne overhældte vi efterfølgende med koldt vand, mens ægget kogt efter formlen blev lagt til afkøling på bordet. Efter et par minutter lavede vi en smagstest samt vurderede det visuelle udtryk af æggene.

[13] Karen Nørby, Ernæringsterapeut, https://sundkost.wordpress.com/2010/06/18/sadan-koger-du-det-perfekte-æg/

Vurdering af de to typer af metoder for kogning af blødkogte æg

Da æggene fik deres skal pillet af og vi smagte på dem, sås en fast æggehvide og en blød æggeblomme hos begge æg, som det ses af billedet:

Der var således ingen nærmere forskel på de to æg, trods deres forskellige kogetider, og de var visuelt to typiske blødkogte æg. En smagstest af æggene adskilte dem dog en smule fra hinanden, da ægget kogt efter husrådet havde en stivere æggehvide end ægget kogt efter formlen. Æggeblommen var ligesom æggehviden fastere i ægget kogt efter husrådet end blommen i ægget kogt efter formlen.

Herunder ses to billeder af æggene og deres æggeblommer:

Æg kogt efter formlen

Æg kogt efter husrådet

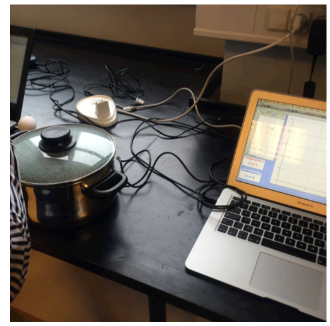
Efter min smag, var ægget kogt efter formlen det bedst kogte æg ud af de to, eftersom der var en større forskel på konsistensen mellem æggehviden og blommen. Begge metoder vurderes dog som egnede til at koge et blødkogt æg, eftersom begge æg smagte og så ud som blødkogte æg. Formlen for kogningen har dog fungeret en smule bedre end husrådet.

Den stivere æggehvide kan have været et resultat af den længere kogetid, som ægget kogt efter husrådet fik, idet kogetiden var 1 minut og 32 sekunder længere hos æg 2.

Forsøg med afkøling af hårdkogt æg

Formålet med dette eksperiment er at undersøge afkølingen af et hårdkogt æg som funktion af tiden. Dette foregik ved at opvarme et allerede hårdkogt æg med kogende vand i en gryde. I det hårdkogte æg borede vi et hul igennem skallen og ind til midten af æggeblommen. Herefter overhældte vi ægget med kogende vand, som det ses på billedet herunder:

Forsøgsopstilling

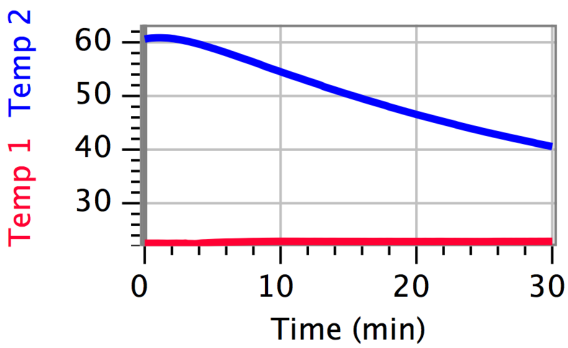


Ægget lod vi ligge i gryden med det varme vand, som det ses af billedet af forsøgsopstillingen til højre.

Efter nogle minutter tog vi ægget op af gryden og anbragte en punktsensor tilsluttet LoggerPro i ægget (se billedet).

Eftersom punktsensorens starttemperatur var lig med stuetemperatur og ikke æggets kernetemperatur efter opvarmningen, lod vi ægget ligge i nogle minutter med sensoren i æggeblommens midte. Da punktsensoren målte en konstant værdi, startede vi en dataopsamling i LoggerPro. En anden temperaturmåler, der målte stuetemperaturen, var også tilsluttet LoggerPro. Vi målte temperaturen som funktion af tiden i 30 minutter.

Da dataopsamlingen var færdig, sås den blå graf nedenfor for afkølingen af det hårdkogte æg:



Opstilling af matematisk model

Af grafen i forrige afsnit sås en tydelig aftagende kernetemperatur i ægget som funktion af tiden. Der ses desuden en konstant stuetemperatur, idet ét æg ikke kan opgive så meget varme til dens omgivelser, at det kan ændre temperaturen i et helt rum.

I uddraget omkring varmeledning af "Fysik/Kemi HF fællesfag"[14] opstilles udtrykket for den overførte effekt P fra et materiale til et andet, der lyder:

$$P = U \cdot A \cdot \Delta T$$

hvor A er materialets areal, ΔT er temperaturforskellen mellem de to sider af materialet, som effekten strømmer igennem, og U er fladens U-værdi. En U-værdi eller k-værdien er materialets varmetransmissionskoefficient, og er afhængig af materialets tykkelse L og varmeledningskoefficient λ. Der kan heraf opstilles et udtryk for U-værdien:

$$U = \frac{\lambda}{L}$$

Samtidig er formlen for den tilførte energien E :

$$E = m \cdot c \cdot \Delta T$$

hvor m er materialets masse, c er den specifikke varmekapacitet, og ΔT er temperaturændringen. Ved at kende til disse ovennævnte udtryk, kan der opstilles et udtryk for æggets tab af varmeenergi. Der opstilles et samlet udtryk for P og E. Før det, skal ΔT i formlen for E omskrives, idet den lyder:

$$\Delta T_E = T_1 - T_2$$

og ΔT i formlen for P lyder:

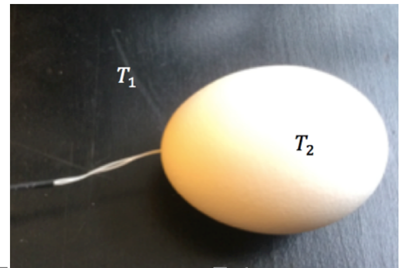
$$\Delta T_P = T_2 - T_1$$

[14] Bent Kistrup, Gunnar Schiøtt Hansen og Erik Øhlenschlager, "Fysik/Kemi HF fællesfag", Gyldendal, 1991

Formlen for E kan nu omskrives således:

$$E = m \cdot c \cdot (T_1 - T_2) = -c \cdot m \cdot (T_2 - T_1)$$

Dette kan bekræftes, idet ægget ikke tilføres varmeenergi, men derimod afgiver energi, og tilførelsen ville derfor være negativ. En illustration af dette kan ses på billedet til højre.



Æggets temperatur T_2 i omgivelsernes temperatur T_1.

Eftersom temperaturændringen ΔT er afhængig af tiden t, skrives den tilførte energi E nu således:

$$E(t) = -c \cdot m \cdot (T_2 - T_1)(t)$$

Vi ser her en funktion af tiden t, og ved at differentiere ligningen, kan funktionens tilvækst undersøges:

$$E'(t) = -c \cdot m \cdot \frac{d(T_2 - T_1)}{dt}$$

Udtrykket for P kan omskrives vha. formlen for U:

$$P = A \cdot \frac{\lambda}{L} \cdot (T_2 - T_1)$$

Idet den overførte effekt P er den tilførte energi divideret med tiden, kan det samlede udtryk for P og E nu opstilles:

$$P = E'(t) \iff -c \cdot m \cdot \frac{d(T_2 - T_1)}{dt} = A \cdot \frac{\lambda}{L} \cdot (T_2 - T_1)$$

I udtrykket ses en række konstanter, som kan samles i én konstant, som vi kalder k:

$$\frac{d(T_2 - T_1)}{dt} = -k \cdot (T_2 - T_1)$$

Dette udtryk vil i næste afsnit blive forklaret og identificeret ved hjælp af teorien bag differentialligninger.

Teori vedrørende 1. ordens differentialligninger og understøttelse af opstillede model

Differentialligninger er ligninger hvori den ubekendte er en funktion y med hensyn til x, og som indeholder en eller flere af funktionens afledede funktioner. En sådan ligning fastlægger en sammenhæng mellem y og de afledede. En differentialligning kan indeholde flere forskellige ordner af den afledede af y, såsom y' og y''. Differentialligninger kan heraf inddeles i ordner efter den højest afledede af y. Jeg vil i denne opgave fokusere udelukkende på 1. ordens differentialligninger.

Når en løsning til en differentialligning skal findes, bestemmes alle de funktioner, der gør ligningen sand for alle x-værdier i ligningen. Definitionsmængden for en løsning skal være et interval. Der er dog to typer af løsninger til en differentialligning: Den ene løsning for ligningen er den fuldstændige løsning, idet stamfunktionerne til y bestemmes, men ikke konstanten k. Den anden typer af løsning til ligningen er den partikulære løsning, idet konstanten k for en løsning bestemmes ud fra begyndelsesbetingelser, der f.eks. kunne være et givet punkt, som løsningskurven går igennem. En løsningskurve er grafen for f hvis $y = f(x)$.

Inden for 1. ordens differentialligninger er lineære differentialligninger. I Plus A3 STX onlinebog[15] defineres lineære differentialligninger på formen:

$$y' + g(x)y = h(x)$$

hvor $g(x)$ og $h(x)$ er kontinuerte funktioner af x. I lineære differentialligninger skal begge udtryk for y og dens afledede være lineære, og der må desuden kun indgå led med y, der er i nulte eller første potens..

Den fuldstændige og analytiske løsning til udtrykket for lineære differentialligninger af 1. orden, også kaldt ”Panserformlen”, er her:

$$y = e^{-G(x)} \cdot \int h(x) \cdot e^{G(x)}\, dx \qquad ;\ x \in I$$

hvor de to funktioner er kontinuerte i intervallet I, og $G(x)$ er stamfunktionen til $g(x)$ i intervallet I.

Panserformlen kan dog løses fuldstændigt med en alternativ metode, idet den er svær at benytte i praksis. Den alternative metode består i at dele differentialligningen i to tilfælde:

$$\mathit{Inhomogen}: \qquad y' + g(x)y = h(x)$$

$$\mathit{Homogen}: \qquad y' + g(x)y = 0$$

Den fuldstændige løsning til Panserformlen er da summen af de to tilfælde for ligningen og er på formen:

$$y = f_P(x) + \ f_H(x)$$

hvor $f_P(x)$ er den partikulære løsning til den inhomogene differentialligning, og $f_H(x)$ er den fuldstændige løsning til den homogene differentialligning.

Det er dog ikke altid, at Panserformlen gælder for 1. ordens lineære differentialligninger. Der findes specialtilfælde, som der skal tages hensyn til. Onlinebogen[16] udtrykker specialtilfælde på de tre former:

$$1) \quad y' = h(x)$$

[15] Plus A3 STX …
[16] Plus A3 STX …

2) $y' = ky$

3) $y' = b - ay$

I tilfælde 1 er $g(x) = 0$ i det generelle udtryk for lineære differentialligninger, den fuldstændige løsning til ligningen er derfor stamfunktionen til *h*, idet *h* antages som kontinuert:

$$y' = h(x) \Rightarrow y = \int h(x)\ dx$$

I tilfælde 2 er *k* en konstant, og den fuldstændige løsning for ligningen er:

$$y' = ky \ \Rightarrow y = ce^{kx}$$ [17]

hvor *c* er en vilkårlig konstant. Dette er dog ikke helt så enkelt at nå frem til i forhold til tilfælde 1. Vi begynder med at isolere *k, y* og dens afledede *y'* på venstre side i udtrykket:

$$y' = ky \ \Leftrightarrow y' - ky = 0$$

Herefter indsættes en integrationsfaktor:

$$\Leftrightarrow y' \cdot e^{-kx} - ky \cdot e^{-kx} = 0 \ \Leftrightarrow y' \cdot e^{-kx} + y \cdot (-k) \cdot e^{-kx} = 0$$

$$\Leftrightarrow \ y' \cdot e^{-kx} + y \cdot (e^{-kx})' = 0$$

Vi benytter os her af regnereglen for differentiation samt produktreglen for differentiation:

$$(y \cdot e^{-kx})' = 0 \ \Leftrightarrow y \cdot e^{-kx} = c \ \Leftrightarrow y = c \cdot e^{-kx}$$

Det er her benyttet, at stamfunktionen til 0 er en konstant. Hertil er den fuldstændige løsning til udtrykket bevist.

I det tredje tilfælde er *b* og *a* konstanter, og en fuldstændig løsning af denne er her:

$$y' = b - ay \ \Rightarrow \ y = \frac{b}{a} + ce^{-ax}$$ [18]

hvor $a \neq 0$ og *c* er en vilkårlig konstant. Idet udtrykket kan opdeles som $\frac{b}{a}$ værende en konstant og $a < 0$, kan udtrykket identificeres som specialtilfælde 2). Den fuldstændige løsning er ligesom tilfælde 2) kompliceret. Dette vil vi kigge nærmere på. På samme måde som beviset for den fuldstændige løsning af 2) isolerer vi *y'*, *y* og konstanten *a* på venstre side af ligningen og indsætter en integrationsfaktor:

$$y' = b - ay \Leftrightarrow y' + ay = b \Leftrightarrow y' \cdot e^{ax} + ay \cdot e^{ax} = b \cdot e^{ax}$$

Produktreglen for differentiation benyttes til at forenkle udtrykket, og ligningen integreres:

$$\Leftrightarrow (y \cdot e^{ax})' = b \cdot e^{ax} \Leftrightarrow y \cdot e^{ax} = b \cdot \frac{1}{a} \cdot e^{ax} + c \ \Leftrightarrow y = \frac{b}{a} + c \cdot e^{-ax}$$

Den fuldstændige løsning til udtrykket er hertil bevist.

[17] Plus A3 STX …

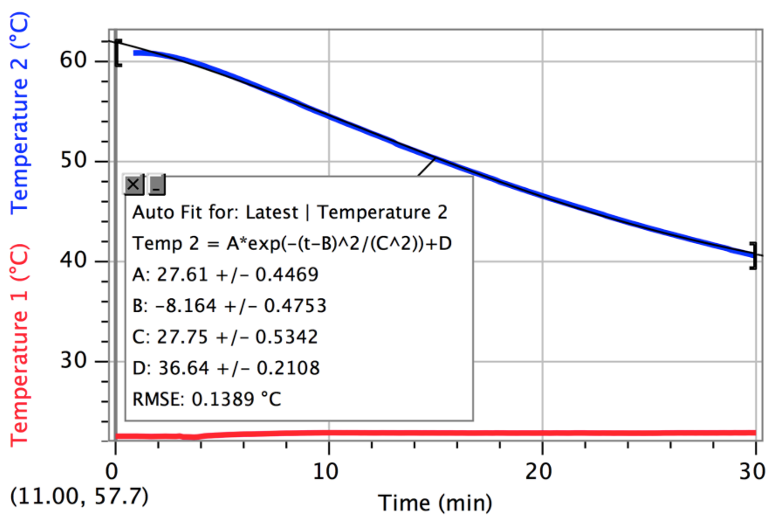
[18] Plus A3 STX …

Løsningskurven for hver af disse to tilfælde er en eksponentiel voksende eller aftagende graf. 1. ordens differentialligninger som de ovennævnte er typisk anvendt i naturvidenskabelige sammenhænge, hvor der inden for et vist emne er tale om eksponentiel vækst. Der kan således dannes en model tilpasset de empiriske data, man besidder inden for et givent tispunkt, der kommer til udtryk gennem intervallet samt begyndelsesbetingelser.

I forrige afsnit opstilledes et udtryk for afkølingen af ægget som funktion af tiden t, der lød:

$$\frac{d(T_2 - T_1)}{dt} = -k \cdot (T_2 - T_1)$$

Af grafen ses en eksponentielt aftagende funktion med et eksponentielt fit:



Det opstillede udtryk kan derfor identificeres som et af udtrykkene for lineære 1. ordens differentialligninger. Formen for specialtilfælde 3):

$$y' = b - ay$$

findes som bedst passende på det opstillede udtryk for afkøling af et æg.

Eftersom det opstillede er identificeret som et af specialtilfældene, kan en fuldstændig løsning til udtrykket bestemmes:

$$\frac{d(T_2 - T_1)}{dt} = -k \cdot (T_2 - T_1) = -k \cdot T_2 + k \cdot T_1 \Rightarrow T_2(t) = T_1 + c \cdot e^{-k \cdot t}$$

For afkølingen af et materiale findes der allerede en formel, nemlig Newtons afkølingslov:

$$T' = -k(T - E)$$

hvor T er objektets temperatur, k er (konstanten, h og A) og E er omgivelsernes temperatur. Det ses at der i denne formel indgår de samme variable og konstanter som i den opstillede formel.

Ved at benytte programmet TI-Nspire, kan den fuldstændige løsning til den opstillede formel, hvor tiden $t = 0$, $T_2 = 60{,}9\ °C$ og $T_1 = 22{,}3\ °C$:

$$\text{solve}\left(60.9=22.3+c\cdot \mathbf{e}^{-k\cdot 0},c\right) \blacktriangleright c=38.6$$

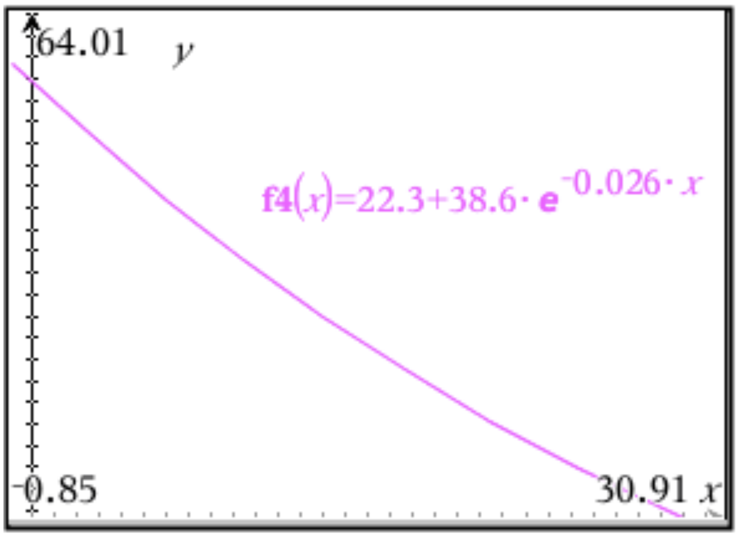
Konstanten k ud fra punktet (28 , 41.1) fra vores data:

$$\text{solve}\left(41.1=22.3+38.6\cdot \mathbf{e}^{-k\cdot 28},k\right) \blacktriangleright k=0.025693$$

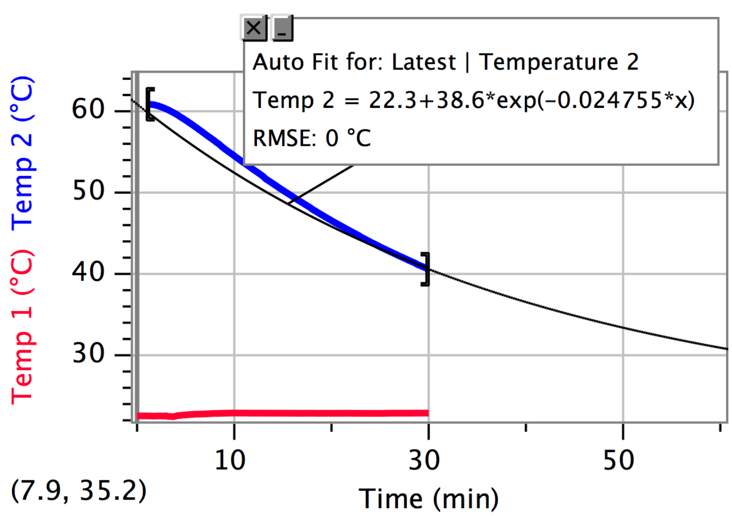
Det vil altså sige, at den partikulære løsning til den opstillede formel er:

$$T_2(t) = 22{,}3\ °C + 38{,}6 \cdot e^{-0{,}025693 \cdot t}$$

hvor T_2 er en funktion af tiden t. Vi ser da en eksponentielt aftagende graf for funktionen:



Tilfældige datapunkter kan nu indsættes i den partikulære løsning til formlen:



Det ses her, at den opstillede formel passer fint på grafen for de målte data.
Vi kan på baggrund af dette konstatere, at vores opstillede formel passer med vores målte data samt teorien bag 1. ordens differentialligninger.

Konklusion og perspektivering til hverdagen

På baggrund af smagstesten og vurderingen af det visuelle udtryk for de blødkogte æg, kan det konkluderes, at formlen for kogningen af blødkogte æg var den bedste metode til at koge de perfekt blødkogte æg. Det var dog ikke meget, der adskilte de to metoder, og de vurderes begge egnede til kogning af det perfekt blødkogte æg. Men i sidste ende er det en smagssag.
Ligeledes opstillede vi en formel for afkølingen af et hårdkogt æg som funktion af tiden, som blev bevist af teorien bag 1. ordens lineære differentialligninger samt Newtons afkølingslov.
Eftersom en formel er blevet bekræftet i at være på samme niveau eller bedre end husråd, og en ligning for afkølingen af et materiale er blevet opstillet og afprøvet, er det måske kun et spørgsmål om tid, før andre formler og ligninger bliver opstillet for anden tilberedning i madlavningen. Anvendelsen af matematiske formler i madlavningen, vil måske kunne bringe fremtidig kokkekunst til et endnu højere niveau, end vi ser i dag. Måske vil der i fremtiden blive behov for mere end tre Michelinstjerner for madanmelderne. Men det er trods alt en smagssag.
Velbekomme.

Litteraturliste

Bent Kistrup, Gunnar Schiøtt Hansen og Erik Øhlenschlager, uddrag af "Fysik/Kemi HF fællesfag", Gyldendal, 1991

Charles D. H. Williams, University of Exeter, "The Science of Boiling an Egg"

Carsten Claussen, Erik Both og Niels Harting, uddrag af "Spektrum I", Gyldendal, 2001

Erik Øhlenschlager, uddrag af "Grundlæggende fysik", Gyldendal, 1988

Finn Elvekjær og Børge Degn Nielsen, uddrag af "Fysikkens Verden I", Gads forlag, 1994

Jens Ingwersen, Hans Birger Jensen og Knud Erik Sørensen, uddrag af "Kernestoffet – energi", Systime, 1988

Karen Nørby, "Sådan koger du det perfekte æg", https://sundkost.wordpress.com/2010/06/18/sadan-koger-du-det-perfekte-æg/

Ukendt forfatter, uddrag af "Differentialligninger af 1. orden
Peder Dalby, Bjarke Møller Madsen, Lars Peter Overgaard og Jens Studsgaard, Plus A3 STX, uddrag af "1. Ordens differentialligninger"

Robert E. Terrell, "Notes on Differential Equations"